

# Comportamiento al corte de hormigones reforzado con fibras de acero

## Shear behavior of steel fiber reinforced concretes

Sergio Carmona Malatesta<sup>\*1</sup>, Manuel Cabrera Contreras\*

\* Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso. CHILE

Fecha de recepción: 27/ 02/ 2009  
Fecha de aceptación: 23/ 03/ 2009  
PAG. 79 - 94

### Resumen

En este artículo se presentan los resultados de un estudio experimental a cerca de la influencia de la incorporación de fibras de acero en el comportamiento del hormigón frente a esfuerzos de corte, medidos utilizando el ensayo JSCE - SF6, modificado. Usando los resultados de los ensayos realizados se evalúa la capacidad de disipación de energía del hormigón durante la rotura o tenacidad del hormigón reforzado con fibras en función del contenido y tipo de fibra utilizada. Con los resultados obtenidos, se puede concluir que la incorporación de fibras como refuerzo al esfuerzo de corte aumenta la ductilidad del hormigón, permitiendo mayores deformaciones que un hormigón convencional. Se observa que la capacidad de absorber energía de los hormigones, cuantificada a través de la tenacidad absoluta, se incrementa más de tres veces cuando se incorporan fibras y no se tienen roturas frágiles. Por lo tanto, la incorporación de fibras como refuerzo es una buena solución para mejorar la respuesta del hormigón ante sollicitaciones de corte. Por otra parte, se demuestra que el ensayo de corte propuesto por la recomendación japonesa JSCE-SF6, levemente modificada, entrega resultados coherentes y reproducibles, permitiendo cuantificar diferentes propiedades del hormigón reforzado con fibras sometido a sollicitaciones de corte.

Palabras Clave: Hormigón reforzado con fibras, ensayo de corte, resistencia al corte del hormigón, tenacidad, índices de tenacidad

### Abstract

This paper presents the results of an experimental research on influence of steel fibers on shear behavior of concrete, using modified JSCE - SF6 test. The tests results are used to evaluate the energy dissipation capacity of concrete during failure or fiber reinforced concrete toughness, in terms of amount and type of fibers. With the results, it can be concluded that the addition of fibers as shear reinforcement influence significantly the ductility of concrete. The results show that the absorption energy capacity of concrete, measured by mean of absolute toughness, increase 3 times when concrete is reinforced with steel fibers, and reach ductile failures. Therefore, it can be concluded that the addition of fiber on concrete is a good solution for improving the properties of hardened concrete under shear stress. Additionally, this work shows that Japanese recommendation JSCE - SF6, slightly modified, give consistent and reproducible results, allowing to quantify different properties of fiber reinforced concrete under shear stress.

Keywords: Fiber reinforced concrete, shear tests, shear strength, toughness, and toughness index

## 1. Introducción

El hormigón es un material compuesto formado por una matriz cementicia que envuelve y liga un esqueleto mineral inerte constituido por los agregados pétreos. Debido a su naturaleza el hormigón presenta una serie de defectos y fisuras internas desde sus primeras horas e incluso antes de ser sometido a cargas. El comportamiento del hormigón frente a diferentes condiciones de carga está regido por la propagación de esos defectos y fisuras.

## 1. Introduction

Concrete is a composite material comprised of a cement matrix that surrounds and binds an inert mineral skeleton constituted by aggregates. Due to its nature concrete presents a series of defects and internal cracks from its first hours and even before it is placed under stress. The behavior of concrete against different conditions of stress is governed by the propagation of those defects and cracks.

<sup>1</sup> Autor de correspondencia / Corresponding author:  
E-mail: sergio.carmona@usm.cl



En la Figura 1 se presenta la curva carga – flecha típica de una viga de hormigón convencional, de 100mm x 100mm x 400mm, sometida a flexión, con carga en el centro de la luz de ensayo. En ella se identifican cuatro zonas: un rango elástico lineal (OA), hasta aproximadamente el 30% de la carga máxima; una zona de no linealidad pre - máximo (AB) donde se originan y/o propagan micro fisuras internas disminuyendo la rigidez del material, culminando con la formación de una macro fisura en el máximo (B); después del máximo se produce un ablandamiento del material (BC), donde se observa una disminución de la carga resistida por el material conforme aumenta el desplazamiento; y finalmente, una cola (CD) producida por la trabazón entre los granos de agregado y otros efectos de fricción.

Figure 1 shows the typical load-deflection curve of a conventional concrete beam, of 100 mm x 100 mm x 400 mm, under bending stresses with the load at the center of the span. In the curve, four zones can be identified: a linear elastic range (OA), until approximately 30% of the maximum load; a pre - maximum non-linear zone (AB) where micro internal cracks are originated and/or propagated reducing the stiffness of the material, and developing macro cracks in the maximum (B); after the maximum, a softening of the material takes place (BC), where a sharp reduction of stress is observed as the displacement increases; and finally, (CD) produced by the interlock between aggregate grains and other friction effects.

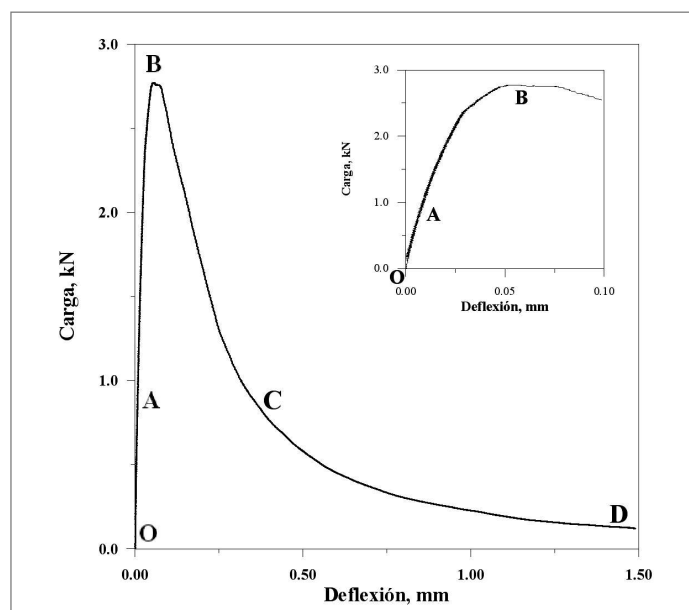


Figura 1. Curva carga – flecha de una viga de hormigón sometida a flexión  
Figure 1. Load - Displacement Curve of a concrete beam under bending stresses

Cuando una fisura se propaga, con trayectorias perpendiculares a los esfuerzos de tracción que actúan al interior de la masa de material, surgen una serie de mecanismos que se oponen a su avance, denominándose a este efecto aumento de la tenacidad. El mecanismo más efectivo es el puente de fisura, en este caso la fisura es frenada cuando se encuentra con una partícula relativamente resistente, por ejemplo, un grano de cemento sin hidratar, una pieza de grava o una fibra de acero. Si la carga aumenta, la fisura puede ser forzada a rodear y sobrepasar la partícula que la frena y en ese momento la fisura se puede ramificar. Cuando el obstáculo se quiebra,

When cracks initiate, perpendicularly to the tensile stresses acting within the material, a series of mechanisms which oppose crack propagation arise: this phenomenon is known as toughness increase. The most effective mechanism is the crack bridging; in this case, the crack is restrained when it finds a relatively resistant particle, for example, an unhydrated cement grain, a gravel particle or a steel fiber. If the stress increases, the crack is forced to grow around the particle that restrains its path which makes the crack to ramify. When the obstacle breaks or it is surrounded,

la energía almacenada en el cuerpo se disipa en la fricción generada por el desprendimiento de las partículas y en la separación de las caras de la fisura (Carmona, 1997).

A partir de lo anterior, se puede concluir que la adición de fibras como refuerzo de hormigones puede incrementar muchas de sus propiedades en el rango post – agrietamiento (ACI 2008a), como se puede ver en la Figura 2, donde se muestran curvas carga - desplazamiento de vigas de hormigones con y sin refuerzos de fibras. En ellas se puede observar que en el régimen pre – fisuración (pre – máximo) el comportamiento del material está regido por la matriz cementicia y no se observan diferencias significativas entre los diferentes materiales. El efecto beneficioso de las fibras en el incremento de ductilidad del hormigón sometido a flexión, ha sido ampliamente estudiado en los últimos años (Carmona et al., 2008). Sin embargo, el número de investigaciones referentes al efecto de las fibras en el comportamiento del hormigón sometido a esfuerzos de corte es limitado.

some stored energy in the body is dissipated by friction generated by the loosening of particles and in the opening of the faces of the crack (Carmona, 1997).

From the above, it is possible to conclude that fiber addition as concrete reinforcement can improve the concrete behavior in the post - cracking range (ACI, 2008a), as shown in Figure 2, where are load - displacement curve of concrete beams with and without fiber reinforcement is presented. When analyzing Figure 2, it is possible to observe that in the pre - crack regime (pre - maximum) the behavior of the material is governed by the cement matrix and no significant differences between the different materials are observed; however, a clear improvement in ductility in the post-crack regime is observed. The beneficial effect of fibers in ductility of concrete under bending stresses has been widely studied in the last years (Carmona et al., 2008). Nevertheless, the number of referring investigations to the effect that the fibers in the shear behavior of concrete subjected to stress is limited.

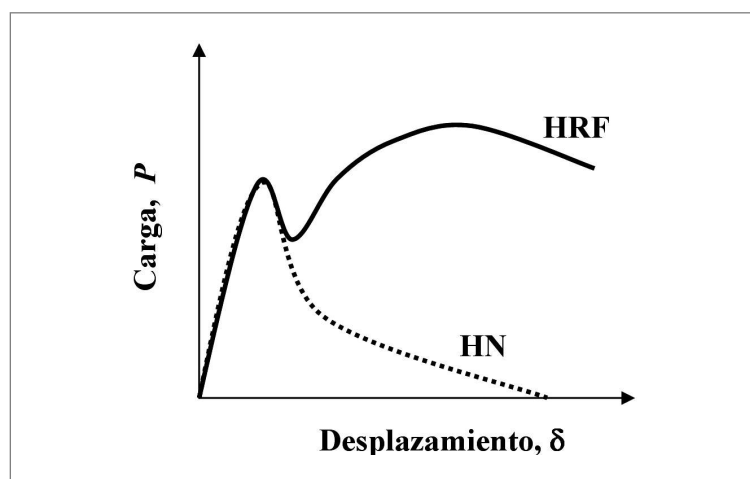


Figura 2. Curvas carga – desplazamiento típicas para hormigón en masa (HN) y hormigones reforzados con fibras (HRF)  
Figure 2. Typical Load- displacement curve for conventional concrete (CC) and fiber reinforced concrete (FRC)

Como se puede ver en las recomendaciones del Comité ACI 544 (ACI 2008b), a diferencia de lo que sucede en compresión o flexión, actualmente existen muy pocas normas o recomendaciones que permitan cuantificar el efecto de la incorporación de fibras sobre la resistencia y ductilidad del hormigón ante esfuerzos de corte. No obstante, la Sociedad Japonesa de Ingeniería Civil (JSCE) ha propuesto un método que permite cuantificar el efecto de las fibras frente a sollicitaciones de corte. Este procedimiento, designado como SF-6, es una mejora a las probetas tipo Z, ampliamente utilizada en investigaciones relativas a la resistencia al corte.

As stated in ACI 544 Committee (ACI, 2008b), there are very few standards or recommendations that allow to quantify the effect of the fiber on the resistance and ductility of the concrete under shear stresses, unlike what happens in compression or bending,. However, the Japanese Society of Civil Engineering (JSCE) has proposed a method that allows quantifying the effect of fibers under shear stresses. This procedure, designated as SF-6, is an improvement to the Z-type specimens, widely used in investigations regarding the shear strength.

En el ensayo propuesto, el campo de esfuerzos se mantiene sustancialmente cercano al de corte puro y, por lo tanto, se obtiene una respuesta frente al esfuerzo de corte más reproducible (Carmona y Maripangui, 2007).

Utilizando el método de ensayo SF-6, con una pequeña modificación, Mirsayah y Banthia (2002) ensayaron hormigones reforzados con diferentes tipos de fibras de acero de 50mm de longitud en el hormigón, demostrando que este ensayo permite cuantificar la disipación de energía durante la rotura.

En el presente artículo se presentan los resultados obtenidos al realizar ensayos de corte sobre probetas elaboradas con hormigones reforzados con distintos porcentajes de fibras de acero de diferentes aspectos. Para esto se utilizó el ensayo de la recomendación japonesa SF-6, con la modificación propuesta por Mirsayah y Banthia. A través de estos ensayos se ha estudiado experimentalmente el efecto de la incorporación de fibras sobre la ductilidad del hormigón sometido a esfuerzos de corte, cuantificando este efecto a través de dos indicadores ampliamente utilizados: (1) la tenacidad absoluta y (2) los índices de tenacidad, definidos a partir de la curva carga – desplazamiento obtenida en el ensayo de corte.

## 2. Efecto del aspecto de la fibra sobre la ductilidad del hormigón

Las fibras influyen en todos los modos de falla de las propiedades mecánicas del hormigón, y en forma especial en las inducidas por fatiga, tensión directa, impacto y esfuerzo de corte. El mecanismo del aumento de la resistencia de las fibras involucra la transferencia de esfuerzos de la matriz cementicia a las fibras mediante corte en la interfase. El esfuerzo se comparte por las fibras y la matriz cementicia hasta que la matriz se agrieta, entonces el total del esfuerzo se transfiere progresivamente hacia las fibras.

Las variables más importantes que regulan las propiedades de los hormigones reforzados con fibras son la eficiencia y el contenido de fibras. La eficiencia de las fibras es controlada por la resistencia de las fibras a no ser arrancadas de la mezcla, la cual depende de la resistencia de la interfase fibra – matriz cementicia. Para fibras con sección uniforme, esta resistencia aumenta con el largo de la fibra, mientras más larga es la fibra, mayor es el efecto en dichas propiedades. También, fibras con secciones pequeñas y no circulares, son más efectivas debido a que poseen mayor superficie por unidad de volumen.

In the proposed test, the stress field stays substantially near the pure shear and, therefore, a more reproducible shear stress behavior is obtained (Carmona and Maripangui, 2007).

Using the test method SF-6, with a small modification, Mirsayah and Banthia (2002) tested reinforced concretes with different types of steel fibers of 50 mm in length, demonstrating that this test allows quantifying the energy dissipation during the failure.

The present article presents results of shear tests on concrete specimens reinforced with different percentage of steel fibers of different aspects ratios. For this, the SF-6 test was used, with the modification proposed by Mirsayah and Banthia. Through these tests, the effect of the fiber on ductility of concrete under shear is studied, quantifying this effect through two parameters widely used: (1) the absolute toughness and (2) the toughness index, defined from the load/stress - displacement curve obtained in the shear test.

## 2. Effect of fiber aspect ratio on concrete ductility

Fibers influence all the failure modes and mechanical properties of the concrete, especially in the failure induced by fatigue, direct tensile strength, and shear impact and stress. The mechanism for the increase in strength involves the transfer of stresses from the cementitious matrix to the fibers by means of the interphase shear. The stresses are shared by fibers and cementitious matrix until the matrix cracks; after that the stress is progressively transferred towards the fibers.

The most important variables that control the properties of fiber reinforced concretes are the fiber efficiency and content. The efficiency of fibers is controlled by the fiber / matrix bond strength. For fibers with uniform section, this resistance increases with the length of the fiber, so the longer the fiber, the larger its effect in concrete properties. Also, fibers with small and noncircular sections are more effective because they have a larger surface-to-volume ratio which increases the bond strength.

Entonces, para una longitud de fibra dada, una alta relación longitud – diámetro es asociada a una alta eficiencia de las fibras. Esta relación se denomina “aspecto de la fibra”. Muchas investigaciones han demostrado que el uso de fibras con relación largo – diámetro mayor a 100, aplicando las técnicas y procedimientos convencionales de mezclado, usualmente producen mala trabajabilidad o una distribución no uniforme de las fibras, o ambas. Por tal razón, en la práctica se utilizan fibras con relaciones menores a 100 y las fallas de los elementos, en consecuencia, se producen primordialmente por el arranque de las fibras.

Una ventaja de la falla por arranque de las fibras es que se producen en forma gradual, incrementando la ductilidad del material, las que contrastan con fallas más rápidas y posiblemente catastróficas que podrían ocurrir si las fibras fallaran en tensión. Generalmente, mientras más dúctiles sean las fibras, más dúctil y gradual es la falla de elemento de hormigón. Por lo tanto, las características mecánicas de los hormigones reforzados con fibras dependen no sólo de las propiedades mecánicas de la fibra, sino también del grado en que una carga aplicada se transmite a la fibra por medio de la matriz cementicia. En este aspecto, la interfase fibra/matriz y, por consiguiente, la adherencia entre la pasta y la fibra, juega un rol importante en la disipación de energía, y por ende, en la ductilidad, durante el arranque de la fibra. Además, la disposición u orientación relativa de las fibras y su concentración y distribución influyen radicalmente en la resistencia y en otras propiedades de los materiales compuestos reforzados con fibras (Carmona y Maripangui, 2007).

### 3. Ensayos de corte

Debido a que las roturas por corte son consideradas frágiles y frente al incremento en la ductilidad del hormigón que producen las fibras (ACI 2008a), actualmente existe un gran interés en determinar la respuesta del hormigón reforzado con fibras frente a esas condiciones de carga. Por este motivo se han propuesto diferentes tipos de probetas y ensayos que tienen por objetivo producir esfuerzos de corte en un plano de falla predefinido (normalmente cortando entallas en las probetas), empleando barras y cargas de compresión (Barragán et al., 2006).

El ensayo de probetas tipo Z (Figura 3a) ha sido bastante popular en la determinación de la respuesta al corte directo del hormigón (Barr, 1987).

Then, for a given fiber length, a high length – diameter ratio is associated to a high efficiency of fibers. This relation is denominated “aspect ratio of the fiber”. Many investigations have demonstrated that fibers with aspect ratio greater than 100 usually reduce workability and produce non-uniform fibers distribution when applying conventional mixing procedures and techniques. For such reason, fibers with aspect ratio smaller than 100 are usually used in concrete which makes concrete failure to take place fundamentally by the fibers pull out.

An advantage of the failure by fiber pull out is that they take place gradually, increasing the ductility of the material, in contrast with the faster and possibly catastrophic failures that could happen if the fibers failed in tension. The more ductile the fibers are the more ductile and gradual the failure of concrete is. Therefore, the mechanical characteristics of fiber reinforced concrete depend not only on the mechanical properties of the fiber, but also on the degree in which an applied stress is transmitted to the fiber from the cementitious matrix. Thus, the fiber/matrix interphase; and therefore, the bond between paste and fiber, plays an important role in the energy dissipation and the ductility during the fiber pull out. In addition, the arrangement of fibers and its concentration and distribution influence radically in the strength and other properties of the composite material reinforced with fibers (Carmona and Maripangui, 2007).

### 3. Shear tests

Because shear failures are considered brittle and fibers can increase the ductility of concrete (ACI 2008a), there is great interest in determining the shear behavior of fiber reinforced concrete. For this reason, different types of specimens and testing procedures have been proposed to produce shear stress in a determined failure plane, normally using notched specimens, rebars and compression loads (Barragán et al., 2006).

The test of Z-type specimens (Figure 3a) has been quite common in the determination of the shear strength of concrete (Barr, 1987).

La probeta es básicamente un prisma cortado formando dos bloques tipo L, unidos a través de un plano sobre el que se producen las tensiones de corte debido a una carga de compresión externa. Sin embargo, estos ensayos son muy sensibles a excentricidad en la aplicación de la carga de compresión, lo que se traduce en roturas por flexión y no por corte. Frente a este problema experimental, se han propuesto otras alternativas de ensayo, como las vigas o paneles en flexión con una o dos entallas excéntricas y carga central o vigas con dos entallas centrales y cargas excéntricas, que se puede ver en la Figura 3b (Barr, 1987; Shah et al., 1995). Estas configuraciones de ensayo permiten la propagación de fisuras en modo mixto de fractura, es decir, en ellas se desarrollan simultáneamente componentes de tracción (apertura) y corte (deslizamiento de las caras) (Shah et al., 1995).

The specimen is basically a shear prism forming two L-type blocks connected through a plane on which the shear stresses take place due to a compressive load. Nevertheless, these tests are very sensible to eccentricity in the application of the compressive load, which is translated in flexure failure rather than shear failure. In order to solve this experimental problem, other testing methods have been proposed. For example, beams or panels under bending stresses with one or two eccentric notches and central load; or eccentric beams with two central notches and loads, both shown in Figure 3b (Barr, 1987; Shah et al., 1995). These test configurations allow the propagation of cracks in a mixed-mode according to fracture mechanics. That is, crack propagation by tension (opening) and shear (sliding of the faces) simultaneously (Shah et al., 1995).

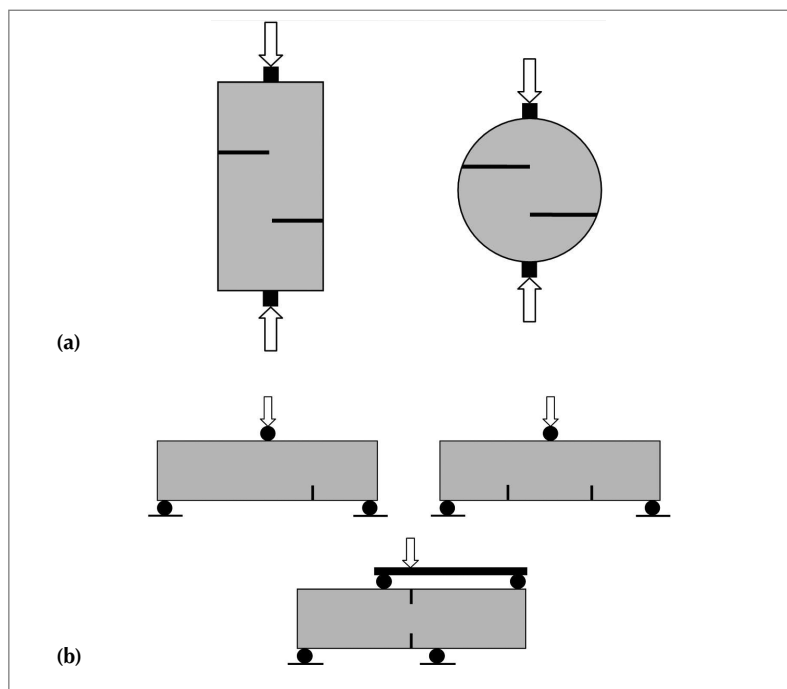


Figura 3. a) Probetas tipo Z, para ensayos de corte (Barr, 1987). b) Otras probetas utilizadas para conocer el comportamiento del hormigón frente a esfuerzos de corte (Shah et al., 1995)

Figure 3. a) Specimens Z type, for shear tests (Barr, 1987). b) Other specimens used to assess concrete behavior under shear stresses (Shah et al., 1995)

En el procedimiento establecido en la recomendación JSCE – SF6, se establece el uso de la configuración mostrada en la Figura 4. Como se observa en ella, la carga de corte se aplica sobre una probeta prismática, de 150 mm de arista. Durante el ensayo, la tensión de corte se produce por medio de una carga de compresión transmitida al prisma por un bloque de acero provisto de dos cuñas,

The testing procedure recommended by JSCE - SF6 is shown in Figure 4. As seen, shear load is applied on a prismatic specimen, of 150 x 150 mm of cross section. During the test, the shear stresses takes place by means of a compressive load transmitted to the prism by a steel block provided of two wedges,

cuyas caras exteriores coinciden con el borde interno de las entallas, distantes 150 mm entre sí. La vigueta o prima se apoya en otras dos cuñas fijas a otro bloque rígido, separadas 155mm. Entonces, es a través de una zona angosta, de 2,5mm de ancho, donde se produce un campo de tensiones de corte concentradas (Mirsayah y Bantia, 2002).

Sin embargo, los primeros ensayos realizados por Mirsayah y Bantia demostraron que el plano de rotura frecuentemente no se producía en la zona angosta sometida al esfuerzo de corte, obteniendo resultados no válidos. Estos autores debieron introducir dos entallas en las probetas, en la zona de concentración de los esfuerzos, con el fin de definir dos planos de rotura, permitiendo alcanzar resultados válidos y con poca variabilidad.

whose outer edges are aligned with notches, 150-mm. apart. The test specimen rests on another rigid block with a wedges 155-mm apart. Therefore, the compressive load is transmitted through a 2.5-mm thick plane towards the supports (Mirsayah and Bantia, 2002).

Nevertheless, the first tests performed by Mirsayah and Bantia (2002) demonstrated that the failure plane does not necessarily take place in the narrow plane under the shear, obtaining non-valid results. They introduced two notches in the specimens, specifically in the stress concentration zone, in order to induce shear failure in well defined planes, allowing reaching valid results and reducing variability.

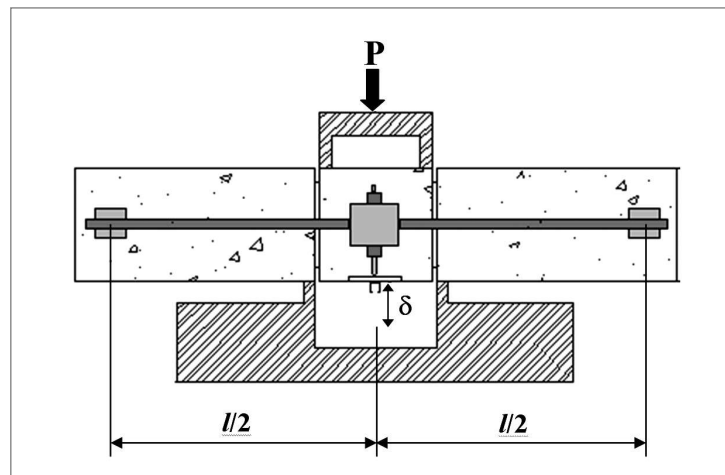


Figura 4. Configuración general del ensayo propuesto por la recomendación japonesa SF – 6  
Figure 4. General configuration of the test proposed by the Japanese recommendation SF – 6

## 4. Alcance

En esta investigación se propone implementar el ensayo de corte establecido en la JSCE - SF6, modificado, y evaluar el efecto del contenido y de la relación de “aspecto de la fibra” en la tenacidad de los hormigones reforzados con fibras de acero, sometidos a esfuerzos de corte.

Para esto se elaboraron hormigones reforzados con fibras en diferentes porcentajes con respecto al volumen total de hormigón,  $V_f = 0,5\%$  y  $1,0\%$ , y dos relaciones de aspecto  $l/d = 65$  y  $80$ , totalizando 4 dosificaciones.

Con los resultados obtenidos se determina la tenacidad absoluta y los índices de tenacidad para cada uno de los hormigones ensayados y se evalúa el efecto del volumen de fibra y de su relación de aspecto sobre los valores de tenacidad alcanzados.

## 4. Scope

This investigation carried out the shear test proposed in JSCE - SF6 and modified by Mirsayah and Bantia (2002), to assess the effect of the content and aspect ratio of steel fibers in toughness of fibers reinforced concrete under shear stresses.

Concrete mixtures reinforced with fibers of different aspect ratio ( $l/d = 65$  and  $80$ ), and different dosages ( $V_f = 0.5\%$  and  $1.0\%$ ), were fabricated and tested.

With the obtained results, the absolute toughness and the toughness index were determined for each one of the four mixtures in orders to asses the effect of fibers in toughness.



## 5. Desarrollo experimental

A continuación se presentan las características de los materiales estudiados y el procedimiento de ensayos utilizado.

### 5.1. Materiales estudiados

Todos los hormigones estudiados fueron dosificados con las proporciones, en peso, de cemento:agua:arena:grava = 1:0,57:2,20: 2,70. Se utilizó cemento nacional, clasificado según la NCh 148 (INN, 1968) como puzolánico grado corriente; la arena (0 – 5mm) y grava (5 – 20mm) fueron extraídas del río Aconcagua. Dependiendo del tipo de hormigón, se incorporaron fibras de extremos doblados DRAMIX® RC-65/35-BN ó RC-80/60-BN (las propiedades de las fibras se presentan en la Tabla 1), en las cantidades indicadas en la Tabla 2, en la que, además, se puede ver otras características y propiedades de los hormigones estudiados. En esa tabla,  $V_f$  es el volumen aproximado de fibras, con respecto al volumen total de hormigón.

En este artículo, se identifica como HN a la matriz cementicia u hormigón sin fibras y para los hormigones reforzados con fibras se utiliza la siguiente nomenclatura: HRF – X.X – YY, donde los dígitos X.X indican el porcentaje de volumen de fibras,  $V_f$ , contenido por el hormigón y los dígitos YY señalan el aspecto,  $l/d$ , de la fibra.

Tabla 1. Propiedades de las fibras de acero, datos proporcionados por Bekaert®  
Table 1. Properties of steel fibers, data given by Bekaert®

Fibra/ Fiber	Largo, $l$ mm/ length, $l$ mm	Diámetro, $d$ mm/ Diameter, $d$ mm	Resistencia a tracción MPa/ Tensile strength MPa	Relación de Aspecto $l/d$ / Aspect ratio $l/d$
RC-65/35-BN	35	0.55	1100	64
RC-80/60-BN	60	0.75	1050	80

Los hormigones fueron preparados en una mezcladora convencional de eje vertical de 150 lt de capacidad. Para los ensayos de corte se utilizaron probetas prismáticas de 100mm × 100mm × 500mm. Estas fueron moldeadas en dos capas y compactadas manualmente. Junto a las probetas para los ensayos de corte, se moldearon probetas cilíndricas normales de 150mm × 300mm, para determinar la resistencia a compresión de los hormigones estudiados. Todas las probetas se desmoldaron a las 24 horas y permanecieron en una cámara húmeda, a 95% de humedad relativa y 23° C de temperatura,

## 5. Experimental study

The characteristics of constituent materials and tests procedures follow.

### 5.1 Constituent materials

All concrete mixtures were proportioned in weight following a constant cement/water/fine aggregate/coarse aggregate ratio of 1 : 0,57 : 2,20 : 2,70. Domestic cement was used, classified according to NCh 148 as pozzolanic cement; the fine aggregate (0 - 5 mm) and coarse aggregate (5 - 20 mm) were extracted from the Aconcagua River. Depending on the mixture, fibers of doubled ends DRAMIX® RC-65/35-BN or RC-80/60-BN were added (the properties of fibers appear in Table 1). Fiber dosages along with other concrete properties are indicated in Table 2. In Table 2,  $V_f$  stands for the approximated volume of fibers, with respect to the total volume of concrete.

In this article, CN is identified to the cementitious matrix or concrete without fibers and for fibers reinforced concretes following notation is used: FRC - X.X - YY, where X.X indicate the percentage of volume of fibers,  $V_f$ , and YY indicate the aspect,  $l/d$ , of the fiber.

The concretes were fabricated with a 150-l capacity vertical axis mixer. Prismatic specimens of 100 mm × 100 mm × 500 mm were made. Molds were filled in two layers and compacted with a rod. Along with the shear specimens, 150 × 300-mm cylindrical specimens were made to determine the compressive strength of concrete. All the specimens were demolded after 24 hours and remained in a fog room, (95% of relative humidity and 23° C),



hasta la fecha de ensayos. A los 7 días a todas las probetas se les hizo una entalla de 10 mm de profundidad (equivalente a  $D/10$ , siendo  $D$  la altura del probeta a ensayar), cortando el hormigón con una sierra, definiendo el bloque central que será sometido a carga, como indica el procedimiento establecido en la recomendación JSCE – SF 6. Los resultados de los ensayos de compresión ( $f'_c$ ), realizados al mismo tiempo que los ensayos de corte, también se presentan en la Tabla 2.

until the date of test. At the age of 7 days, 10-mm depth notches (equivalent to  $D/10$ , being  $D$  the height of the specimen) were sawn in the shear specimens. Notches defined the central block that will be loaded, as indicated the testing procedure established (JSCE - SF 6). The results of the compressive tests ( $f'_c$ ), performed at the same time as the shear tests, also appear in Table 2.

Tabla 2. Características de los hormigones estudiados

Table 2. Characteristics of the studied concrete

Material	HN			
Cemento/Cement (kg/m <sup>3</sup> )	350			
Agua/Water (lt/m <sup>3</sup> )	200			
Grava/Gravel (kg/m <sup>3</sup> )	943			
Arena/Sand (kg/m <sup>3</sup> )	772			
Resistencia a la compresión/Compressive strength (s), $f'_c$ , MPa	23 (0.6)			
Material	FRC-0.5-65	FRC-1.0-65	FRC-0.5-80	FRC-1.0-80
Volumen de fibras/Fiber volume, $V_p$ , %	0.5	1.0	0.5	1.0
Aspecto de las fibras/Fibers aspect, l/d	65	65	80	80
Resistencia a la compresión/Compressive strength (s), $f'_c$ , MPa	22 (1.0)	21 (0.6)	23 (0.0)	21 (0.6)

s: Desviación estándar de la muestra/Standard deviation of the sample

## 5.2 Detalles Experimentales

Todos los ensayos, 5 por cada tipo de hormigón estudiado de corte se realizaron con una prensa hidráulica marca Toni Technik 1142/0230 con una capacidad de carga de 3000 kN, la cual posee dos rangos de carga, uno de 600 kN y otro de 3000 kN, con una precisión de 0,1kN y 1kN, respectivamente.

En cada ensayo de corte se utilizó la configuración que se muestra en las Figura 5, registrándose en cada uno de ellos la carga aplicada ( $P$ ) y el desplazamiento relativo del bloque central ( $\delta$ ) de la probeta. El desplazamiento se midió con un transductor de desplazamiento del tipo LVDT, de 20mm de rango, ubicado en el centro de la probeta. La carga se midió directamente a la celda de carga de la prensa hidráulica. Ambas señales fueron registradas por un sistema de adquisición de datos marca Hewlett Packard modelo 7500-XVI, a razón de 3 datos por segundo.

## 5.2 Experimental Details

Shear tests, 5 for each studied concrete, were performed using a hydraulic machine Toni Technik 1142/0230 with a load capacity of 3000 kN, with two load ranges, 600 kN and 3000 kN, with a precision of 0,1kN and 1kN, respectively.

In each shear test, the configuration shown in Figure 5 was used, registering in each of them the applied load ( $P$ ) and the relative displacement) of the central block ( $\delta$ ) of the specimen. The displacement was measured with a LVDT, of 20 mm of range located at the center of the specimen. The load was directly measured to the load cell of the hydraulic machine. Both signals were recorded by a data acquisition system (Hewlett Packard model 7500-XVI), at the rate of 3 datum per second.

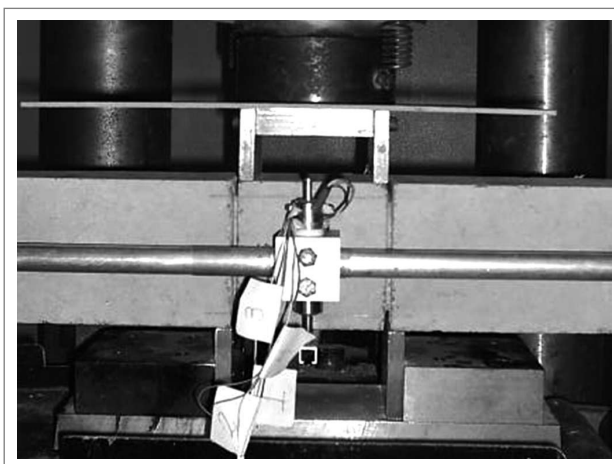


Figura 5. Montaje usado para los ensayos de corte  
 Figure 5. Setup used for the shear tests

En los gráficos de la Figura 6 se presentan las curvas carga – desplazamiento típicas de los hormigones ensayados. En todas las curvas se observa un comportamiento pre – fisuración similar, con un rango lineal hasta el 30% de la carga máxima, seguido de una no linealidad pre máximo. En la Tabla 3 se presentan los valores de la resistencia al corte,  $\tau_{max}$ , alcanzado por cada uno de los tipos de hormigones ensayados, la que se determinó usando la ecuación 1:

$$\tau_{max} = \frac{P_{max}}{2 \times D_{ef} \times b_{ef}} \quad (1)$$

Donde  $P_{max}$  es la carga máxima registrada durante el ensayo,  $D_{ef}$  y  $b_{ef}$  corresponden a la altura y ancho efectivo del área sometida a carga.

In the graphs of Figure 6, typical load-displacement curves of the concretes under investigation are shown. All curves have similar pre - crack behavior, with a linear range up to 30% of the maximum load, followed by a pre maximum non-linear range. Table 3 presents the values of the shear strength of each one of the concretes under investigation as determined using equation 1.

Where  $P_{max}$  is the maximum load registered during the test,  $D_{ef}$  and  $b_{ef}$  correspond to the height and effective width of the area under stress.

Tabla 3. Resistencia la corte obtenida en los hormigones ensayados  
 Table 3. Shear strength of the concretes under study

Hormigón/Concrete	HN	HRF – 0.5 – 65	HRF – 0.5 – 80	HRF – 1.0 – 65	HRF – 1.0 – 80
$\tau_{max}$ , MPa	3.97	6.97	8.75	8.01	7.10
s, desviación estándar/standard deviation, MPa	0.12	0.82	1.06	0.76	1.32
C.V. xxxxx/variance coefficient	3.0	11.8	12.1	9.5	18.6

Observando los resultados presentados en la Tabla 3, se puede ver que la incorporación de fibras incrementa significativamente la resistencia máxima alcanzada por cada uno de los HRF, con respecto al hormigón sin fibras. Sin embargo, no se observan diferencias de los resultados obtenidos con los distintos contenidos de fibras ni de las relaciones de aspectos utilizados.

From the results presented in Table 3, it can be observed that fiber addition significantly increases the maximum shear strength of FRC with respect to concrete without fiber. Nevertheless, no significant differences are registered among FRC with different fiber content or different aspect ratio.

De este modo se puede concluir que las fibras aumentan la resistencia al corte del hormigón.

En todas las curvas de la Figura 6 se puede ver que, durante los ensayos, se produce una transición estable entre los regímenes pre y post fisuración, sin roturas violentas, lo que permitió obtener la respuesta post – fisuración de cada uno de los materiales estudiados. Este rango presenta un ablandamiento y luego una cola, y está fuertemente influido por el tipo y cantidad de fibras contenidas en el hormigón.

Thus, it is possible to conclude that fibers increase the shearing resistance of concrete.

All curves of Figure 6 show that, during the tests, a smooth transition between pre and post cracking regimes takes place, without a sharp drop in load. This allowed obtaining the post- cracking behavior of each one of the studied mixtures. The post-cracking range presents a softening region followed by a tail which is strongly influenced by the type and amount of fibers contained in the concrete.

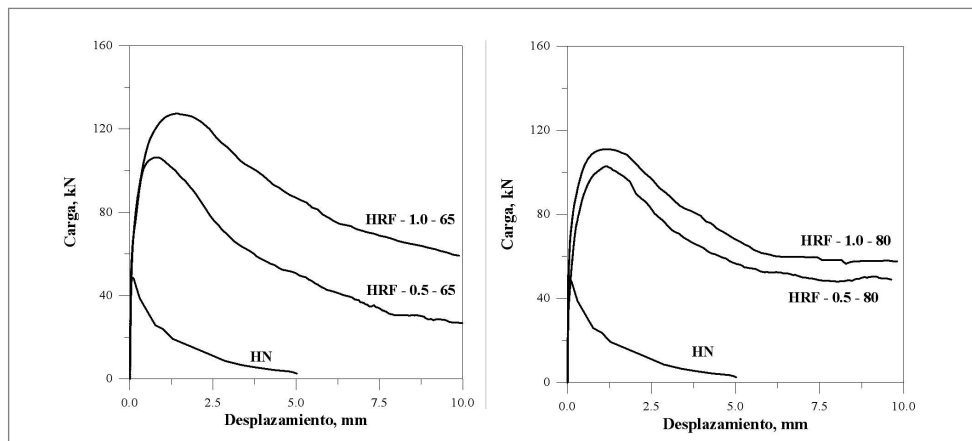


Figura 6. Curvas carga – desplazamiento típicas para cada hormigón ensayado

Figure 6. Load– displacement curves representing each concrete under study

## 6. Tenacidad Absoluta

Inspirándose en la recomendación japonesa JSCE SF – 4 (1984 a), la tenacidad absoluta,  $T^A$ , ha sido definida por varios autores (Jamet et al., 1995; Carmona et al., 1997; Flores, 2005) como el área bajo la curva – carga desplazamiento hasta cierto límite predefinido. Estos límites pueden corresponder a valores fijos, por ejemplo, la recomendación SF – 5 de la JSCE (1984b) calcula la tenacidad a la compresión usando el área bajo la curva carga – desplazamiento hasta un desplazamiento axial  $\delta = 0.75\text{mm}$ . Este criterio ha sido utilizado por Barragán et al. (2006), con los resultados de ensayos de corte realizados con probetas tipo Z, calculando el área bajo la curva hasta desplazamiento límites de 0.25, 0.5 y 1.0mm.

En otras recomendaciones internacionales los límites se definen en función del tamaño de la probeta ensayada, como es el caso de la SF – 4, donde la tenacidad se calcula como el área bajo la curva carga – flecha hasta una deflexión límite  $\delta_{ib} = s/150$ , siendo  $s$  la luz entre apoyo de la probeta. También se ha utilizado la dimensión característica de la probeta como referencia para establecer los límites para el cálculo de la tenacidad absoluta.

## 6. Absolute Toughness

Inspired by the Japanese recommendation JSCE SF - 4 (1984 a), the absolute toughness has been defined by several authors (Jamet et al., 1995; Carmona et al., 1997; Flowers, 2005) as the area under the load-displacement curve until a certain predefined limit. These limits can correspond to fixed values, for example, recommendation SF - 5 of the JSCE (1984b) calculate the toughness using the area under the load - displacement curve until a deflection of  $\delta = 0.75\text{ mm}$ . This criterion has been used by Barragán et al. (2006), with the shear tests results from Z-type specimens, calculating also the area under the curve until displacement limits of 0.25, 0.5 and 1.0 mm.

In other international recommendations, limits are defined based on size of specimen under loading, as is the case of the SF - 4, the toughness is calculated as the area under the load - deflection curve until a deflection of  $\delta_{ib} = s/150$ , being “ $s$ ” the span between supports. Also the dimension of the specimen has been used to establish the limits for the calculation of the absolute toughness.

De este modolos límites,  $\delta_n$ , quedan definidos por la relación  $\delta_n = D/n$ , siendo  $D$  la dimensión característica de la probeta ensayada (en el caso de vigas, corresponde a la altura) y  $n$  toma valores enteros apropiados para cada tipo de ensayo. Por ejemplo, en el caso de los ensayos de tracción por hendimiento, Carmona et al. (1997) usa los valores  $n = 2000, 1000, 500$  y  $250$ .

En este trabajo se extiende la medida de la tenacidad absoluta,  $T^A$ , a la respuesta carga – desplazamiento obtenida en el ensayo de corte, definiéndose los desplazamientos límite para el cálculo del área en función del tamaño de la probeta, con la relación  $\delta_n = D/n$ , siendo  $D = 100$  mm y  $n$  toma los valores predefinidos 40, 20 and 10. Los resultados obtenidos con los hormigones ensayados se presentan en la Figura 7 junto a las desviaciones estándar de los resultados.

Los valores de la tenacidad absoluta presentados en la Figura 7 reflejan claramente el efecto de las fibras en el comportamiento del hormigón. Se puede ver que todos los HRF alcanzan valores de  $T^A$  significativamente mayores que el hormigón no reforzado. Además, se aprecia que la tenacidad absoluta aumenta con el incremento de  $V_f$ , de la relación de aspecto de las fibras y del límite  $\delta_n$ .

For example,  $n$ , is defined as  $n = D/n$ , being  $D$  the dimension characteristic of the specimen under testing, (in the case of beams, corresponds to the height) and  $n$  takes appropriate values depending of the type of test. For example, in the case of splitting tests, Carmona et al. (1997) used the values  $n = 2000, 1000, 500$  and  $250$ .

In this study the measurement of the absolute toughness is extended to load - displacement curves obtained from the shear test, defining the displacements limit for the calculation of the area based on the size of the specimen, with the relation  $n = D/n$ , being  $D = 100$  mm and  $n$  takes predefined values 40, 20 and 10. The results for absolute toughness obtained herein are shown in Figure 7, next to the standard deviations of the results.

The presented values of the absolute toughness (AT) in Figure 7 clearly reflect the effect of fibers in concrete behavior. It is possible to see that all the RFC reach values of absolute toughness significantly greater that concrete without fibers. In addition, it is observed that the absolute toughness increases with the increase of  $V_f$ , with the increase of aspect ratio of fibers, and with and the  $\delta_n$  limit.

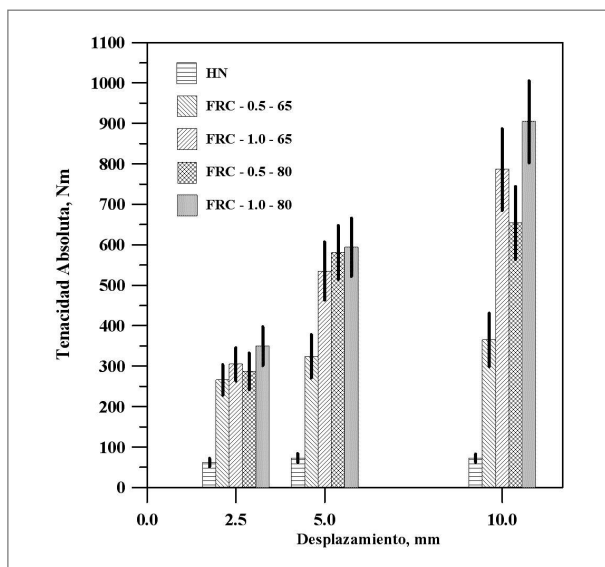


Figura 7. Gráfico con los valores promedio de la tenacidad absoluta  
Figure 7. Graph with the average values of absolute toughness

### 6.1 Índices de tenacidad

La norma ASTM C – 1018 define los índices de tenacidad usando la curva carga – desplazamiento obtenida en un ensayo de una viga sometida flexión sobre tres puntos.

### 6.1 Toughness indices

ASTM C - 1018 defines the toughness indices using the load - displacement curve obtained in a test of a beam submitted to bending on three points.

Estos índices se determinan dividiendo el área bajo la curva carga – deflexión hasta cierta flecha predefinida por el área bajo la curva hasta la deflexión correspondiente a la primera fisura ( $\delta_{cr}$ ), determinada suponiendo un comportamiento elástico del material hasta ese punto. Las deflexiones límites establecidas por esa norma corresponden a los valores  $3\delta_{cr}$ ,  $5,5\delta_{cr}$  y  $10,58\delta_{cr}$ . La ventaja de estos índices es que son valores adimensionales, que permiten cuantificar el aumento de la respuesta producido por las fibras con respecto a la respuesta de la matriz cementicia. Mirsayah and Banthia (2002), definieron índices similares usando la respuesta carga – desplazamiento de probetas sometidas a ensayos de corte.

Utilizando el criterio utilizado por Carmona et al. (1998), en este artículo los índices de tenacidad ( $I_n$ ) se definen, a partir de la respuesta obtenida en los ensayos de corte, como:

$$I_n = \frac{\text{Área bajo la curva P-}\delta \text{ hasta la desplazamiento } \delta_n}{\text{Área bajo la curva P-}\delta \text{ hasta P}_{\max}} \quad (2)$$

Siendo  $\delta_n = D/n$ , con  $D = 100$  mm y  $n = 40, 20$  y  $10$ . A diferencia del criterio establecido en ASTM C – 1018, se ha optado por utilizar como referencia el desplazamiento correspondiente a la carga máxima, debido a que este es un valor que se puede determinar en forma objetiva, cuantificando el efecto de las fibras en el comportamiento del material agrietado. Los resultados obtenidos para estos índices se presentan en la Figura 8.

Observando los resultados presentados en la Figura 8, se puede ver el incremento que experimenta la ductilidad del hormigón con el aumento del contenido de fibras, especialmente cuando se consideran valores altos de  $\delta_n = D/n$ . Estos resultados obtenidos están en plena concordancia con la forma de las curvas carga – desplazamiento y las tendencias obtenidas para  $T^A$ .

Sin embargo, también se puede ver que, con mayores contenidos de fibras cortas, la carga máxima se alcanza con mayores desplazamientos. Por tal razón, el área bajo la curva hasta el máximo aumenta, disminuyendo los índices de tenacidad calculados. En el caso de las fibras largas, los índices de tenacidad no reflejan un efecto de la cuantía de fibras.

These indices are determined by dividing the area under the load - deflection curve until certain predefined value by the area under the curve until the deflection corresponding to the first crack  $\delta_{cr}$ , determined supposing an elastic behavior of the material up to that point. The deflections limits established by the standard correspond to values  $3\delta_{cr}$ ,  $5,5\delta_{cr}$  and  $10,58\delta_{cr}$ . The advantage of these indices is that they are dimensionless values that allow quantifying the increase in toughness produced by fibers with respect to the non reinforced concrete. Mirsayah and Banthia (2002), defined similar indices using the loads - displacement curve of specimens subjected to shear tests.

Using the criterion used by Carmona et al. (1998), this article defines the toughness indices ( $I_n$ ) based on the behavior from the shear tests, as:

Being  $\delta_n = D/n$ , with  $D = 100$  mm and  $n = 40, 20$  and  $10$ . Unlike the criterion established in ASTM C - 1018, this article uses the displacement corresponding to the maximum load as reference because this is a value that can be objectively determined, quantifying the effect of fibers in the behavior of the cracked material. The results obtained for these indices appear in Figure 8.

Observing the results presented in Figure 8, an increase in concrete ductility with the increase in fiber content can be observed especially when high values of  $\delta_n = D/n$  are considered. These results, obtained are in full agreement with the shape of the loads - displacement curves and the trends obtained for absolute toughness.

In addition, it is also possible to see that, with higher content of short fibers, the maximum load is reached for greater displacements. For such reason, the area under the curve up to the maximum load increases, reducing the calculated indices of toughness. In the case of long fibers, the toughness indices do not reflect an effect of the quantity of fibers.

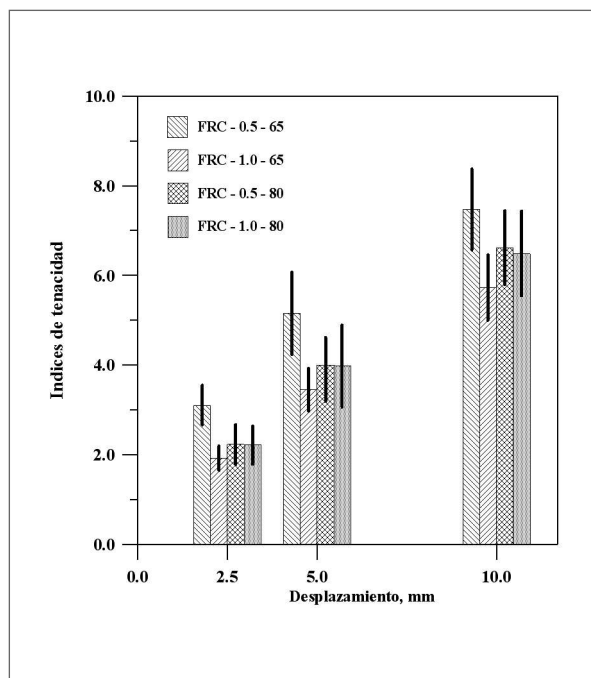


Figura 8. Índices de tenacidad obtenidos con los HRF ensayados  
 Figure 8. Toughness Indices obtained for the FRC under study

## 7. Conclusiones

1. Utilizando el método JSCE-SF6 modificado, se pudo realizar ensayos de corte en forma estable, los que permitieron cuantificar el efecto de la incorporación de fibras en el comportamiento del hormigón.
2. Los resultados de los ensayos muestra claramente el efecto de fibras sobre el comportamiento del hormigón frente a los esfuerzos de corte. La resistencia máxima tuvo incrementos superiores al 75% y no se tuvieron roturas violentas del material ante esas solicitaciones.
3. Se midió el incremento de ductilidad mediante dos parámetros: la tenacidad absoluta y los índices de tenacidad. A través del primero fue posible evaluar el efecto del contenido de fibras y de su aspecto en el comportamiento del material, obteniéndose incrementos de ductilidad conforme aumentan estos dos parámetros. La tenacidad absoluta de los FRC por lo menos triplicó la tenacidad del hormigón convencional.
4. Los resultados obtenidos reflejan una respuesta eficiente de las fibras utilizadas en el comportamiento post – fisuración del hormigón, observándose que estas presentan un buen anclaje al hormigón, que les permite comportarse en forma adecuada antes las solicitaciones a las que fueron sometidas.

## 7. Conclusions

1. Using the modified method JSCE-SF6, shear test gives steady and repeatable results which allowed quantifying the effect of fiber addition in concrete shear behavior.
2. When using fibers, the maximum shear strength increased more than 75%, and there were no sharp drop in load in the post-maximum behavior.
3. The increase in ductility was measured by means of two parameters: absolute toughness and toughness indices. Through the absolute toughness it was possible to evaluate the effect of fiber contents and its aspect ratio in the material behavior, obtaining ductility increases according to the increase of these two parameters. According to the results obtained herein, the absolute toughness of the FRC was tripled the toughness of conventional concrete.
4. The results obtained herein reflect that fibers had an efficient effect in the post - cracking behavior of the concrete which shows a good anchorage of the fibers to the matrix.

5. Al usar menores cantidades de fibras, con mayor relación de aspecto, se producen mayores desplazamientos antes de alcanzar la carga máxima, lo que equivale a una pérdida de rigidez en la zona no lineal. Este efecto distorsiona algunos de los valores de los Índices de Tenacidad y se debe a que, al mantener la fracción volumétrica de fibras y aumentar la relación de aspecto, disminuye el número de fibras presentes en el hormigón.
6. En el caso de usar de fibras con menor relación de aspecto, se observó que en el rango no lineal pre - máximo los materiales mantienen el comportamiento, esto conlleva a que el máximo alcanzado con estas fibras ocurre a un mayor desplazamiento, lo que también se refleja en distorsiones en las tendencias de los Índice de Tenacidad.

## 8. Agradecimientos

Esta investigación fue financiada por el proyecto USM 260828 y realizada en el Laboratorio de Ensaye de Materiales de la Universidad Técnica Federico Santa María de Valparaíso, Chile.

5. When using low amounts of fibers with greater aspect ratio large displacements take place before reaching the maximum load, which is equivalent to a loss of rigidity in the nonlinear zone. This effect distorts some of the values of Toughness Indices. Additionally a decrease in numbers of fibers was obtained in FRC when maintaining the volumetric fraction of fibers and increasing the aspect ratio.
6. When using fibers with lower aspect ratio, it was observed that in the nonlinear pre - maximum range, the materials maintain the behavior up to larger deflections which also is reflected in distortions in the tendencies of the Toughness Index.

## 8. Acknowledgment

This study was financed by the USM 260828 project and took place in the Material Tests Laboratory of the Universidad Técnica Federico Santa María de Valparaíso, Chile.

## 9. Referencias / References

- ACI (2008a), Report on Fiber Reinforced Concrete, Reported by ACI Committee 544, ACI 544.2R – 96 (Reapproved 2002), ACI Manual of Concrete Practice, Part 6, 66 pp.
- ACI (2008b), Measurement of Properties of Fiber Reinforced Concrete, Reported by ACI Committee 544, ACI 544.2R89 (Reapproved 1999), ACI Manual of Concrete Practice, Part 6, 11 pp.
- ASTM International (2002), C 1018 – 97, Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading), Vol. 04.02, pp 546-553.
- Barr B. (1987), The Fracture Characteristics of FRC Materials in Shear, Fiber Reinforced Concrete: Properties and Applications, SP – 105, Editado por S. P. Shah y B. Batson, American Concrete Institute, pp 27 – 53.
- Barragán B., Gettu R., Agullo L. y Zerbino R. (2006), Shear Failure of Steel Fiber-Reinforced Concrete Based on Push-Off Tests. ACI Materials Journal Vol. 103, pp 251 – 257.
- Carmona S., Gettu R. y Aguado A. (1997), Evaluation of the Fracture Behavior of High Performance Concrete. Proceedings of International Conference on Engineering Materials, Ottawa, Canada, Vol. 2, pp 11 – 21.
- Carmona S., Gettu R. y Aguado A. (1998), Study of the post-peak behavior of Concrete in the Splitting-Tension Test, Fracture Mechanics of Concrete Structures, Eds. H. Mihashi y K. Rokugo, AEDIFICATIO Publishers, Vol. 1, p. 3 – 25, Feiburg, Alemania.
- Carmona S. y Maripangui F. (2007), Comportamiento del Hormigón Reforzado con Fibras Sometido a Esfuerzo de Corte. Anales de las XVI Jornadas Chilenas del Hormigón. Talca, Chile. 10 pp.
- Carmona S. M., Mussatto M. J. y Fernández R. (2008), Evaluation of Shear Behaviour of Fibre Reinforced Concrete. Proceedings of the International Conference Harnessing Fibres for Concrete Construction, Dundee, Scotland, UK, pp 423 – 430.
- Flores B. (2005), Propiedades del Hormigón Reforzado con Fibras de Acero Sometido a Compresión. Memoria para optar al título de Constructor Civil, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile, 96 pp.
- Gopalaratnam V. y Gettu R. (1995), On the Characterization of Flexural Toughness in Fiber Reinforced Concrete. Int. Journal Cement and Concrete Composites. Vol. 17, pp 239 – 254.

- INN – Instituto Nacional de Normalización (1968), NCh 148 Of. 68. Cemento – Terminología, Clasificación y Especificaciones Generales, 8 pp.
- Jamet D., Gettu R., Gopalaratnam V.S. y Aguado A. (1995), Toughness of Fiber-Reinforced High-Strength Concrete FROM Notched Beam Tests, ACI SP – 155, American concrete Institute, Detroit, USA, pp. 23 – 29.
- JSCE (1984 a), SF – 4, Method of Test for Flexural Strength and flexural Toughness of Fiber Reinforced concet, JCI Standard SF – 4, Japan Society of Civil Engineers, Tokyo, pp 45 – 51.
- JSCE (1984 b), SF – 5, Method of Test for Compressive Strength and Compressive Toughness of Steel Fibre Reinforced Concrete, Recommendation for Design and Construction of Steel Fibre Reinforced Concrete. Japan Society of Civil Engineers, Tokyo, pp 63 – 66.
- JSCE (1990), SF – 6, Method of Test for Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC), Japan Society of Civil Engineers, Tokyo, pp 67 – 69.
- Mirsayah A. y Banthia N. (2002), Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete. ACI Material Journal, Vol. 99, pp 473 – 479.
- Shah S., Swartz S. y Ouyang C. (1995), Fracture Mechanics of concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock, and Other Quasi-Brittle Materials. John Wiley & Sons, New York, 552 pp.