Pensamiento Educativo. Vol. 32 (julio 2003), pp. 286-305

EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE AUTORREGULACIÓN EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Fostering students self-regulation skills in mathematical problem solving

Erik De Corte*
Lieven Verschaffel*

Resumen

En este artículo se plantea que el proceso de autorregulación constituye una característica del aprendizaje para la efectiva solución de problemas matemáticos. Pero, dado que los estudiantes aparentemente no se convierten automática y espontáneamente en aprendices autorregulados, este proceso no es sólo una importante característica del aprendizaje productivo, sino que, al mismo tiempo, se constituye en sí mismo en un importante objetivo de aprendizaje a largo plazo que debe ser inducido desde una edad temprana. El modelamiento del profesor aparece como un factor esencial en el logro de la autorregulación e implica un cambio profundo de sus creencias y actitudes hacia la enseñanza y el aprendizaje. Los datos disponibles hasta el momento no son concluyentes, por lo que se debe seguir investigando para poder determinar la combinación de factores que influyen en la enseñanza exitosa de la autorregulación.

Abstract

In this article the author states that the process of self-regulation represents a characteristic of good mathematical problem solvers. But, as students do not naturally and automatically become self regulated learners, this process is not only an important characteristic of productive learning but, at the same time, it is in itself an important objective for long lasting learning, that should be taught since early school years. Modeling of the teacher becomes essential to achieve self-regulation and it involves a deep change in beliefs and attitudes towards teaching and learning. Data available up to now is not conclusive as to state for sure the combination of factors that determine successful teaching of self-regulation, so research should go on.

* Académicos e investigadores del Center for Instructional Psychology and Technology (CIP&T) University of Leuven, Belgium.

Introducción

Durante las décadas pasadas han surgido cambios importantes en la educación matemática. Una variación importante es, ciertamente, la idea de que la matemática ya no es concebida como una colección de conceptos abstractos y habilidades procedimentales que se deben dominar, sino principalmente como un conjunto de actividades humanas que buscan dar sentido a la realidad y a la resolución de problemas, basándose en el modelamiento matemático. De acuerdo con esta visión, ahora existe un acuerdo bastante generalizado que considera que el propósito último de este subsector de aprendizaje es la adquisición de una disposición positiva y constructiva hacia la matemática.

Esta visión de la matemática, como un proceso activo y constructivo, se refleja mundialmente en documentos publicados por el NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), donde destacan los nuevos estándares para la educación matemática. Estos estándares suponen que los aprendices asumen el control sobre sus propias actividades de aprendizaje y solución de problemas. En otras palabras, significa que la autorregulación constituye una característica del aprendizaje para la efectiva solución de problemas. Pero, puesto que los estudiantes aparentemente no se convierten automática y espontáneamente en aprendices autorregulados y solucionadores de problemas, la autorregulación de los procesos de adquisición de conocimientos y habilidades no es sólo una importante característica del aprendizaje productivo, sino que, al mismo tiempo, se constituye en sí misma en un importante objetivo de aprendizaje a largo plazo, y esto, por lo tanto, debe ser inducido desde una edad temprana.

En esta primera parte se demostrará que en las clases de matemática de hoy día los alumnos no adquieren, por lo menos no a un nivel lo suficientemente sarisfactorio, habilidades autorreguladoras. Esto indica que la concepción autorreguladora del aprendizaje contrasta bastante con muchas prácticas educacionales actuales, las cuales, en forma implícita, asumen aún que las actividades autorreguladoras son responsabilidad del profesor. En otras palabras, en las salas de clases hoy día la regulación externa del aprendizaje y solución de problemas matemáticos por parte del profesor es la situación típica y prevalece por sobre la autorregulación del estudiante.

Entretanto, durante los últimos años, varios investigadores han empezado a formularse la pregunta importante: ¿cómo pueden diseñarse e implementarse nuevos ambientes de aprendizaje que sean potentes, en vista a superar las debilidades en las habilidades de solución de problemas de los estudiantes, desarrollando en ellos la adquisición y aplicación de habilidades de autorregulación? Más adelante discutiremos las implicaciones que un tipo de estudio como éste tendría para la práctica de la enseñanza y aprendizaje de la solución de problemas matemáticos.

Falta de autorregulación en los estudiantes. Alguna evidencia empírica

La literatura de investigación de los últimos 25 años contiene bastante evidencia que demuestra una debilidad sustancial en el dominio de los estudiantes de habilidades autorreguladoras. En este artículo sólo podemos documentar esto en forma selectiva. Primero discutiremos algunas investigaciones que demuestran que la autorregulación de procesos cognitivos está bastante ausente de las salas de clases actuales. Luego serán presentados estudios más recientes –enfocados en relación con nuestro trabajo– que demuestran cómo las creencias de los estudiantes acerca de la solución de problemas matemáticos pueden tener un impacto negativo en su acercamiento a la formulación de problemas en la sala de clases.

La falta de autorregulación de los procesos cognitivos

La importancia de la autorregulación en la resolución de problemas matemáticos ha sido muy bien documentada en un estudio de Schoenfeld (1985; ver también 1992). Él grabó en video a estudiantes de educación media y de educación superior, trabajando en parejas con problemas de geometría poco comunes, durante sesiones de 20 minutos y luego contrastó sus procesos de solución con aquellos de expertos en matemáticas. La siguiente tarea es un ejemplo del problema usado en este estudio:

> *"Considere el conjunto de todos las triángulos cuyo perímetro es un número P fijo. De estos, ¿cuál tiene el área mayor? Justifique su respuesta tan bien como pueda"* (Schoenfeld, 1985, p. 301).

Los protocolos de los procesos de solución fueron divididos en episodios representando diferentes actividades: leer el problema, analizar, explorar, planificar, implementar y verificar. La información reveló claramente que la regulación de las actividades cognitivas constituye un componente esencial de la solución de problemas de los expertos. En efecto, los expertos ocupaban una cantidad de tiempo importante en analizar el problema, en un intento de comprender de qué se trataba y en planificar el proceso de solución. Más aún, los expertos continuamente reflexionaban sobre el estado de su propio proceso de solución (por ejemplo, "Mmm, no sé exactamente por dónde empezar aquí", seguido por dos minutos de análisis del problema). Este acercamiento al problema del experto contrasta claramente con el típico comportamiento de solución de problemas que emerge de más de cien protocolos de las parejas de estudiantes. Por cierto, en cerca del 60 por ciento de los intentos de solución, las actividades autorreguladoras, tan típicas de la solución de problemas de expertos, estaban totalmente ausentes. La estrategia típica de esos estudiantes se puede resumir en lo siguiente: leer el problema, decidir rápidamente una forma de solución y mantenerse en ella sin considerar otras alternativas, aún ante la evidencia de no progresar en la solución.

Otros estudios comparativos en la solución de problemas de personas de diferentes edades entre expertos y no expertos –llevada a cabo no sólo en Estados Unidos (por ejemplo, Lester & Garofalo, 1982; Silver, Branca & Adams, 1980), sino en distintas partes del mundo– también apoyan el rol crucial de la autorregulación en el aprendizaje y solución de problemas en matemáticas. Por ejemplo, Gurova (1985) analizó los procesos de solución de niños rusos de 11 años, de bajo y alto rendimiento, en una serie de problemas escritos considerados difíciles. Los de alto rendimiento estaban mucho más conscientes de sus actividades de solución de problemas: podían explicar mejor sus métodos de solución de problemas, podían justificar sus estrategias de solución en forma más apropiadas; eran más precisos al predecir qué problemas habían solucionado en forma correcta. En sus conocidos estudios Krutetskii (1976) también observó diferencias entre estudiantes de educación básica y secundaria de diferentes niveles de habilidad con respecto a las actividades metacognitivas durante la solución de problemas escritos. Resultados similares se reportaron en Netherlands. Nelissen encontró en escolares básicos (1987) que los buenos solucionadores de problemas eran mejores en términos de automonitoreo y reflexión que los malos solucionadores; Overtoom (1991) registró diferencias análogas entre estudiantes talentosos y promedio en los niveles básicos y medios de escolaridad. De Corte y Somers (1982) observaron, en Flanders, una fuerte falta de planificación y monitoreo de la solución de problemas en un grupo de niños de sexto grado, que los llevaba a un rendimiento pobre en problemas escritos.

En resumen, hay abundante evidencia que muestra que la autorregulación cognitiva constituye un componente importante del buen aprendizaje y solución de problemas en matemática, pero, al mismo tiempo, que estas habilidades reguladoras con frecuencia están ausentes, especialmente en los aprendices débiles.

Debilitar las creencias de los estudiantes acerca del aprendizaje y la solución de problemas en matemáticas

Un sustancial cuerpo de investigación reciente demuestra que una variedad de creencias que tienen los estudiantes son importantes determinantes de su aprendizaje, su pensamiento y su rendimiento (ver Boekaerts, 1997; Pintrich, Marx, & Boyle, 1993). Ciertamente, este es el caso en relación a las matemáticas (ver McLeod, 1992). De acuerdo a Schoenfeld (1985): "los sistemas de creencias son nuestra visión del mundo matemático, la perspectiva desde la cual uno se acerca a las matemáticas y a las tareas matemáticas. Nuestras creencias acerca de las matemáticas pueden determinar cómo uno elige aproximarse a un problema, qué técnicas usará o evitará, cuánto tiempo y cuánto esfuerzo le dedicará a la tarea, etc." (pág. 45).

En otras palabras, las creencias tienen una influencia muy fuerte en nuestro acercamiento a ellas y en el esfuerzo que invertimos en el aprendizaje matemático y en las tareas del problema. La visión de Schoenfeld acerca del impacto autorregulador de las creencias en el aprendizaje matemático también tiene eco en los *"Estándares del currículo y la evaluación de las matemáticas escolares"* del National Council of Teachers of Mathematics (1989) en los Estados Unidos.

Probablemente, como una consecuencia de las actuales prácticas educacionales, los estudiantes adquieren creencias en relación a la matemática que son ingenuas y/o incorrectas, pero que tienen un efecto especialmente negativo o inhibitorio en las actividades de aprendizaje y en el acercamiento a los problemas matemáticos. Por ejemplo, de acuerdo a Greeno (1991), la mayor parte de los estudiantes aprenden, de su experiencia en la sala de clases, que el conocimiento matemático no es algo que es construido por el aprendiz, ni individual ni grupalmente, sino que es un cuerpo de conocimiento fijo que se recibe. De manera similar Lampert (1990) caracteriza la visión común de la matemática de la siguiente manera: la matemática se asocia con la certeza, y con ser capaz de dar una respuesta correcta en forma rápida; hacer matemática equivale a seguir reglas prescritas por el profesor; conocer la matemática significa ser capaz de recordar y usar la regla correcta cuando el profesor pregunta, y la respuesta a una pregunta o problema matemático se convierte en verdad cuando es aprobada por la autoridad del profesor. De acuerdo a Lampert (1990) esas creencias son adquiridas a través de años de observar, escuchar y practicar en la clase de matemática.

En nuestra investigación hemos observado que a los estudiantes de los últimos cursos de educación básica les afecta la creencia de que el conocimiento del mundo real es irrelevante cuando solucionan problemas escritos en matemáticas. En el estudio básico (Verschaffel, De Corte & Lasure, 1994) se administró en forma colectiva un test de papel y lápiz, que consistía en diez pares de problemas, a un grupo de 75 escolares de 7° grado (niños y niñas de 10-11 años). Cada par de problemas consistía en un problema estándar, es decir, un problema que puede ser resuelto por la aplicación directa de una o más operaciones aritméticas con los números dados (por ejemplo, "Esteban compró cinco planchas de 2 metros cada una. ¿Cuántas planchas de 1 metro puede sacar de estas planchas?"), y un problema paralelo en el cual los supuestos del modelamiento matemático son problemáticos, por lo menos si uno toma seriamente en cuenta las realidades del contexto que trae a la memoria la formulación del problema (por ejemplo, "Esteban compró 4 planchas de 2,5 metros cada una. ¿Cuántas planchas de un metro puede sacar de estas planchas?). Un análisis de las reacciones de los alumnos a estas tareas "problemáticas" entregó un número alarmantemente pequeño de respuestas o comentarios realistas basados en la activación de conocimiento de la vida real (respondiendo al problema de las planchas de 2,5 con "8", en vez de "10"). En efecto, sólo el 17% de todas las reacciones a los 10 problemas "problemáticos" podrían se consideradas como "realistas", ya sea porque se dio una respuesta realista o comentarios basados en la activación del conocimiento de la vida diaria, o la respuesta no realista fue acompañada de un comentario realista (por ejemplo, al problema de las planchas algunos alumnos dieron la respuesta "10", pero agregaron que Esteban tendría que pegar con goma los pedazo de 0,5 m de dos en dos).

Este fenómeno de modelamiento de matemática y solución de problema no realista ha sido replicado en una serie de otros estudios y los mismos conjuntos de problemas u otros similares han sido administrados a estudiantes de diferentes países (Alemania, Japón, Irlanda del Norte, Suiza, Venezuela), bajo similares condiciones de prueba (para una revisión ver Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Es interesante que en algunas de estas entrevistas de estudio con algunos estudiantes revelaron que un número significativo de estudiantes fue capaz de articular una toma de consciencia, un darse cuenta, de la diferencia entre las respuestas convencionales que se esperan en el contexto de las matemáticas escolares y las respuestas apropiadas a situaciones reales. Un niño de 10 años en un estudio de Greer (citado en Verschaffel *et al.*, 2000) comentó lo siguiente en una entrevista a la pregunta de por qué no hizo uso de consideraciones más realistas al resolver los ítemes "realísticos" en el contexto de un test de matemática escolar: "yo sé todas esas cosas pero nunca pensaría en incluirlas en un problema matemático. Las matemáticas no son acerca de esas cosas, son para hacer bien las sumas, y tú no tienes que saber cosas externas para hacer bien las sumas". Más aún, estudios adicionales en nuestro centro y también por otros investigadores europeos (ver Verschaffel *et al.*, 2000) han demostrado que esta falsa creencia acerca del rol del conocimiento del mundo real durante la solución de problemas escritos es muy fuerte y resistente al cambio; más aún, es paralela a una tendencia similar entre los futuros profesores, como se refleja en sus propias soluciones espontáneas a los problemas verbales, como también a la manera de evaluar las respuestas realistas y poco realistas de sus estudiantes. Este hallazgo apoya el punto de vista de que las opiniones acerca de hacer y aprender matemática de los mismos profesores son, por lo menos parcialmente, responsables del desarrollo de creencias erradas en los alumnos y que tienen un impacto negativo en la regulación de su acercamiento y sus estrategias de solución de problemas.

En esta sección hemos demostrado que las habilidades metacognitivas de los alumnos son importantes determinantes autorreguladoras de su aprendizaje y solución de problemas matemáticos. En segundo lugar, destacamos la forma fundamental en que las creencias de los estudiantes influyen en la regulación de su aprendizaje matemático y en la solución de problemas. A este respecto, es impactante que, en relación a ambos aspectos, la situación actual en las clases de matemáticas es bastante triste. Muchos estudiantes, especialmente los más débiles, carecen de las habilidades cognitivas autorreguladoras y las actuales prácticas de enseñanza parecen inducir en los estudiantes creencias especialmente negativas acerca de la matemática como dominio y acerca de ellos mismos como aprendices de matemática. Este estado del arte levanta la importante pregunta de si es posible diseñar e implementar ambientes de aprendizaje potentes en los cuales los estudiantes adquieran estrategias autorreguladoras productivas y desarrollen creencias más positivas en relación al aprendizaje y enseñanza matemática.

A continuación revisamos un ejemplo de un estudio de intervención que entrega promisorios resultados a este respecto.

Un ambiente de aprendizaje potente para desarrollar la autorregulación de la solución de problemas matemáticos

Desde los años 80 los investigadores han llevado a cabo estudios de intervención, con el objetivo de mejorar las destrezas de autorregulación de los estudiantes en matemáticas a través de la enseñanza apropiada. En general, estos trabajos de investigación abren perspectivas para la implementación de una concepción autorreguladora del aprendizaje y, como argumenta Romberg (1992), los resultados de esa investigación llaman a una reforma radical en el aprendizaje y enseñanza de la matemática, como también a un cambio fundamental en la visión y creencias de las personas acerca de la matemática y de la educación matemática. Mayores ejemplos de estos estudios de intervención están en investigaciones de Schoenfeld (1985; 1992), a nivel de college, por Lester, Garofalo y Kroll (1989), en alumnos de séptimo grado, por el grupo de Cognición y Tecnología en Vanderbilt (1996, 1997), en la educación básica superior y por Verschaffel, De Corte, Lasure, Van Varenbergh, Bogaerts y Ratinckx

(1999) con alumnos de 5° básico. Como ilustración presentamos aquí el último estudio con mayor detalle.

Objetivos del ambiente de aprendizaje

Tomando en consideración los resultados y conclusiones de los estudios de intervención mencionados anteriormente, como también los hallazgos de un experimento de enseñanza anterior, muy bien controlado en nuestro propio Centro (Verschaffel & De Corte, 1997), diseñamos un ambiente de aprendizaje para la resolución de problemas matemáticos realistas para niños de los cursos superiores de enseñanza básica (Verschaffel *et al*., 2000). A diferencia de aquellas primeras investigaciones, nuestro ambiente de aprendizaje fue implementado y evaluado en el contexto de una típica sala de clases y no en un atípico espacio instruccional donde la enseñanza era impartida por un investigador y/o donde se traía a la escuela un avanzado computador y tecnología de vídeo. Como tal, este estudio tiene un mayor grado de validez ecológica que los anteriores, y por lo tanto, documenta la utilidad y relevancia práctica de las siguientes ideas basadas en la investigación acerca del rol central de la autorregulación en el aprendizaje y solución de problemas matemáticos.

Las metas de nuestros ambientes de aprendizaje son dobles. Un primer propósito es la adquisición de una estrategia cognitiva autorreguladora global para resolver problemas de aplicación matemática que consiste en cinco pasos que involucran un conjunto de ocho estrategias heurísticas que son especialmente útiles en los primeros dos pasos de la estrategia (ver Tabla 1).

Tabla 1

EL MODELO COMPETENTE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE SUBYACE AL AMBIENTE DE APRENDIZAJE

PASO 1:	CONSTRUIR UNA REPRESENTACIÓN MENTAL DEL PROBLEMA	
	Heurísticas:	Hacer un dibujo
		Hacer una lista o esquema o tabla
		Distinguir la información relevante de la irrelevante
		Usar el conocimiento de la vida real
PASO 2:	DECIDIR CÓMO SOLUCIONAR EL PROBLEMA	
	Heurísticas:	Hacer un diagrama de flujo
		Adivinar y comprobar
		Buscar un patrón
		Simplificar los números
PASO 3:	EJECUTAR LOS CÁLCULOS NECESARIOS	
PASO 4:	INTERPRETAR LOS RESULTADOS Y FORMULAR UNA RESPUESTA	
PASO 5:	EVALUAR LA SOLUCIÓN	

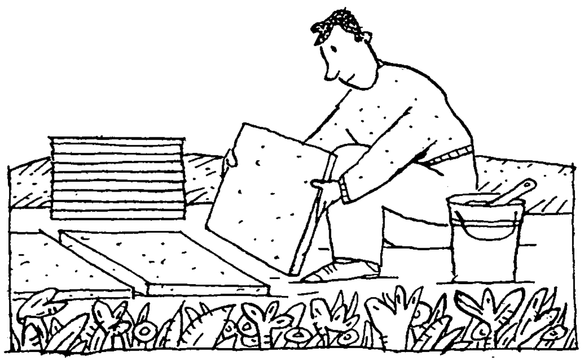
Los cinco pasos de esta estrategia para la autorregulación cognitiva son paralelos a los modelos propuestos antes por Schoenfeld (1985) y por Lester *et al*. (1989).

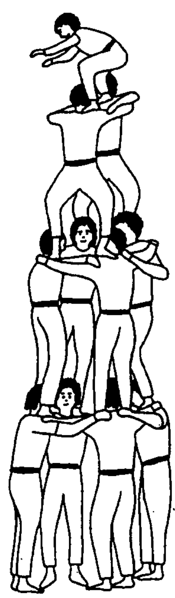
El segundo propósito es la adquisición de un conjunto de creencias apropiadas y actitudes positivas en relación a la resolución de problemas matemáticos, como también creencias apropiadas acerca de los procesos de enseñar y aprender (por ejemplo, “los problemas matemáticos pueden tener más de una respuesta correcta”, “solucionar un problema matemático puede requerir esfuerzo y tomarnos más que unos pocos minutos”, etc.)

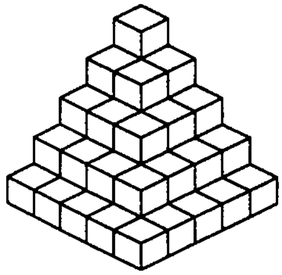
Principales características y organización del ambiente de aprendizaje

Las principales características del ambiente de aprendizaje son las siguientes:

1. Un conjunto variado de problemas escritos complejos, cuidadosamente diseñados, que necesitan de la aplicación de las heurísticas y de las habilidades autorreguladoras que constituyen el modelo de resolución de problemas. Como ilustración del tipo de problemas utilizados en los ambientes de aprendizaje, se presentan tres ejemplos en la Figura 1.







2. Una serie de planificaciones de lecciones basadas en una variedad de actividades de profesor y alumno. Cada nuevo componente de la estrategia metacognitiva inicialmente es modelado por el profesor; más aún, una lección consiste en una secuencia de actividades de resolución de problemas en pequeños grupos o tareas individuales, siempre seguidos por una discusión de todo el curso. Durante estas actividades el rol del profesor es alentar y andamiar a los alumnos para involucrarlos, y reflexionar sobre los tipos de actividades cognitivas y metacognitivas involucradas en el modelo de resolución de problemas matemáticos competente. Estas formas de dar aliento y andamiaje gradualmente son retiradas en la medida en que los alumnos se van haciendo más competentes y toman más responsabilidad por su propio aprendizaje y resolución de problemas. En otras palabras, la regulación externa se desvanece a medida que los alumnos se transforman en aprendices y solucionadores de problemas autorregulados.

3. Las intervenciones explícitamente apuntaban al establecimiento de nuevas normas sociomatemáticas que tengan como resultado un clima de sala de clases conducente a desarrollar en los alumnos creencias apropiadas acerca de la matemática y de la enseñanza y aprendizaje matemático y, de esta manera, al aprendizaje autorregulador de los alumnos. Estas normas se relacionan con el rol del profesor y del alumno en la sala de clases (es decir, "no es el profesor por sí solo, sino toda la clase, quien va a decidir cuál de las diferentes soluciones generadas por los aprendices es la mejor, después de evaluar los pro y los contra de las distintas alternativas") y acerca de lo que significa un buen problema matemático, un buen

procedimiento de solución, una buena respuesta (es decir, “a veces una estimación global es mejor que un número exacto”).

El ambiente de aprendizaje consiste en una serie de 20 lecciones diseñadas por el equipo de investigación en consulta y cooperación con el profesor de clases regular. Con dos períodos de clases a la semana, la intervención se extendió por cerca de tres meses. Tres partes importantes se pueden distinguir en las series de lecciones:

1. Introducción al contenido y organización del ambiente de aprendizaje y reflexión sobre la diferencia de una tarea rutinaria y un problema real (1 clase).
2. Adquisición sistemática de los cinco pasos reguladores de la estrategia de resolución de problemas y de los heurísticos incrustados (15 clases).
3. Aprender a usar el modelo de solución de problemas competente en forma espontánea y flexible en las llamadas “lecciones del proyecto”, involucrando problemas de aplicación más complejos (4 clases).

Colaboración y apoyo a los profesores

Puesto que las lecciones eran enseñadas por los profesores regulares, se les preparó y apoyó para implementar el ambiente de aprendizaje potente. El modelo de desarrollo del profesor adoptado, reflejaba nuestra visión acerca del aprendizaje de los estudiantes, al enfatizar la creación de un contexto social donde el profesor y los investigadores aprenden uno del otro, más que un modelo en el que los investigadores transmiten conocimiento a los profesores (De Corte, 2000). Más aún, tomando en cuenta que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es demasiado complejo para ser preespecificado y que la enseñanza como resolución de problemas está mediada por el pensamiento y la toma de decisiones del profesor, el foco del desarrollo y apoyo al profesor no estuvo centrado en hacerlos comportarse de una manera específica, sino en prepararlos y equiparlos para la toma de decisiones informada (ver también

Carpenter y Fennema, 1992; Yackel & Cobb, 1996). Esto involucraba los siguientes componentes:

- La entrega de una guía general para el profesor conteniendo una extensa descripción del fundamento, las metas, el contexto y estructura general del ambiente de aprendizaje, como también una lista de 10 orientaciones generales para los profesores con acciones que debían tomar antes, durante y después de las tareas individuales o de grupo para aumentar el poder del ambiente de aprendizaje (ver Tabla 2).
- La entrega de una guía específica para el profesor para cada lección que contenía el plan general de la lección con los diferentes problemas de aplicación matemática para ser desarrollados en la clase, como también la secuencia preferente de las actividades de enseñanza, con sugerencias específicas para la apropiada intervención del profesor antes, durante y después de las tareas grupales o individuales, ejemplos anticipados de soluciones correctas e incorrectas, métodos de solución, etc.
- Entrega de todo el material concreto necesario para los alumnos (hojas de trabajo, material concreto relacionado con los problemas de aplicación, etc.).
- Presencia de un miembro del equipo de investigación en cada clase. Este investigador no intervenía durante la lección misma, sino que, antes y después, tenía una conversación preparatoria o evaluativa de 5-10 minutos con el profesor.
- Organización de reuniones regulares de dos horas, en que asistían todos los miembros del equipo de investigación y todos los profesores y directores de las escuelas experimentales. Dos reuniones tuvieron lugar antes del inicio del programa experimental, tres durante el curso del programa y una después de terminar. En las primeras dos reuniones se invitó a los profesores y directores a comentar los primeros borradores de las guías, general y específicas, para los profesores y se propusieron y discutieron algunas extensiones y mejoras. La meta de estas reuniones era dar a los profesores "coautoría" de las guías generales y específicas. En las

siguientes tres reuniones los profesores e investigadores intercambiaron experiencias positivas como también dificultades con la implementación de los ambientes de aprendizaje y buscaron soluciones apropiadas para estas dificultades. Durante la última reunión se presentaron los resultados más importantes del estudio de implementación y evaluación a los profesores y directores de las escuelas experimentales y fueron confrontadas con sus propias experiencias e impresiones.

Tabla 2

ORIENTACIONES GENERALES PARA LOS PROFESORES ANTES, DURANTE Y DESPUÉS DE LAS TAREAS INDIVIDUALES O DE GRUPO

ANTES

1. Relacione el nuevo aspecto (heurístico, paso de solución de problema...) a lo que ya ha sido aprendido antes.
2. Entregue una buena orientación para la nueva tarea.

DURANTE

3. Observe el trabajo del grupo y entregue pistas apropiadas cuando se necesiten.
4. Estimule la articulación y la reflexión.
5. Estimule el pensamiento activo y la cooperación de todos los miembros del grupo (especialmente de los más débiles).

DESPUÉS

6. Demuestre la existencia de diferentes soluciones y métodos de solución para el mismo problema.
7. Evite imponer soluciones o métodos de solución a los alumnos.
8. Ponga atención a los heurísticos y habilidades metacognitivas del modelo de resolución de problemas competente como base para la discusión.
9. Estimule a tantos alumnos como sea posible a involucrarse y contribuir a la discusión de todo el curso.
10. Llame la atención hacia los aspectos (tanto positivos como negativos) de la dinámica del grupo.

Conclusiones

En este artículo se ha planteado la importancia de los procesos de autorregulación en las nuevas concepciones de la enseñanza de la matemática, nominándola, por un lado, como uno de los propósitos relevantes de la Educación Matemática y, por otro, como una característica crucial y efectiva para lograr aprendizajes.

Desde mi punto de vista el logro de resultados positivos se puede atribuir a la combinación de tres factores (1) el ambiente de aprendizaje no apuntaba a un solo factor (e.g. heurísticas particulares o habilidades metacognitivas), sino a la adquisición simultánea e integrada de diferentes categorías de aptitudes; (2) en el diseño del ambiente de aprendizaje se le dio especial atención a diferentes aspectos del mismo, especialmente a la naturaleza de los problemas, a las técnicas de instrucción y a la cultura de la clase; (3) los profesores deben verse involucrados en la elaboración del ambiente y en la intensidad y calidad de los apoyos que deben dar durante su implementación.

Referencias

Boekaerts, M. (1997). Self-regulated learning: A new concept embraced by researchers, policy makers, educators, teachers, and students. *Learning and Instruction*, 7, 161-186.

Carpenter, T. P. & Fennema, E. (1992). Cognitively guided instruction. Building on the knowledge of students and teachers. *International Journal of Educational Research*, 17, 457-470.

Cockroft, W. H. (1982). *Mathematic counts*. Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools. London: Her Majesty's Stationary Office.

Cognition and Technology Group at Vanderbilt (1996). Looking at technology in context: A framework for understanding technology and education research. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 807-840). New York, NY: Macmillan.

Cognition and Technology Group at Vanderbilt (1997). *The Jasper Project. Lessons in curriculum, instruction, assessment, and professional development*. Mahwah, NJ/London: Lawrence Erlbaum Associates.

De Corte, E. (2000). Marrying theory building and the improvement of school practice: A permanent challenge for instructional psychology. *Learning and Instruction*, 10, 249-266.

De Corte, E. & Somers, R. (1982). Estimating the outcome of a task as a heuristic strategy in arithmetic problem solving: a techin experiment with sixth graders. *Human Learning: A Journal of Practical Research and Applications*, 1, 105-121.

Greeno, J. G. (1991). A view of mathematical problem solving in school. In M.U. Smith (Ed.). *Toward a unified theory of problem solving. Views from the content domain* (pp. 69-98). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Gurova, I. L. (1985). De reflectie op het eigen handelen tijdens het oplossen van rekenopgaven bij schoolkinderen [Reflection on one's own activity during the solution of arithmetic tasks]. In L. Verschaffel & M. Wolters (Eds.), *Zes Sovjetrussische bijdragen over vraagstukkenonderwijs en cognitieve ontwikkeling*. [*Six Soviet contributions about word problem instruction and cognitive development*]. (Internal Report No. 30, pp. 15-30). Leuven, Belgium: K.U.Leuven, Afdeling Didactiek.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: University of Chicago Press.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, 29-63.

Lester, F. K.; Garofalo, J. & Kroll, D. L. (1989). *The role of metacognition in mathematical problem solving: A study of two grade seven classes*. Final report to the National Science Foundation of NSF project MDR 85-50346. Bloomington, IN:Mathematics Education Development Center, Indiana University.

Mason, L. & Scrivani, L. (in press). Developing students' mathematical beliefs: An intervention study. *Learning and Instruction*.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York, NY: MacMillan.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nelissen, J. M. C. (1987). *Kinderen leren wiskunde; Een studie over constructie en reflectie in het basisonderwijs* [*Children learning mathematics: A study on construction and reflection in elementary school children*]. Gorinchem, The Netherlands: Uitgeverij De Ruiter.

Overtoom, R. (1991). *Informatieverwerking door hoogbegaafde leerlingen bij het oplossen van wiskundeproblemen* [Information processing by gifted students in solving mathematical problems]. De Lier, The Netherlands: Academisch Boeken Centrum.

Pintrich, P. R.; Marx, R.W. & Boyle, R. A. (1993). Beyond cold conceptual change: The role of motivational beliefs and classroom contextual factors in the process of conceptual change. *Review of Educational Research*, 63, 167-199.

Romberg, T. A. (1992). Mathematics learning and teaching: What we have learned in ten years. In C. Collins & J.N. Mangieri (Eds.), *Teaching thinking: An agenda for the 21st century* (pp. 43-64). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics learning and teaching* (pp. 334-370). New York, NY: Macmillan.

Silver, E. A., Branca, N. & Adams, V. (1980). Metacognition: The missing link in problem solving. In: R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress of Mathematical Education* (pp. 429-433). Boston, MA: Birkhäuser.

Treffers, A.; De Moor, E. & Feys, E. (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 1. Overzicht einddoelen*. [*Towards a national mathematics curriculum for the elementary school. Part 1*.] Overview of the general goals]. Tilburg: Zwijssen.

Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal of Research in Mathematics Education*, *28*, 577-601.

Verschaffel, L.; De Corte, E. & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, 273-294.

Verschaffel, L.; De Corte, E.; Lasure, S.; Van Vaerenbergh, G.; Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Learning and Thinking*, 1, 195-229.

Verschaffel, L.; Greer, B. & De Corte, E. (2002). *Making sense of word problems.* Lisse, the Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.